Lycée 7 novembre 1987 Metouia		
Devoir de contrôle N°2 **Mathématiques**		
Année scolaire : 2009 - 2010	**Durée : 2 heures**	**Classe : $3^{ième}$ Math**

<u>Exercice N°1 :</u> (5,5 pts)

A- Répondre par vrai ou faux:

1- Si f est une fonction tel que pour tout réel non nul h on a : $\frac{f(h+2)-f(2)}{h} = 1 + h - h^2$ alors $f'(2) = 1$.

2- Soit f une fonction dérivable en 0 et $f'(0) = -\frac{1}{2}$ alors la fonction $g : x \rightarrow f(1-2x)$ est dérivable en $\frac{1}{2}$ est $g'(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$.

3- Si f est une isométrie du plan alors f est une rotation.

B- On donne dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $[0, +\infty[$. La droite T est la tangente à C_f au point A d'abscisse 0. Au son point d'abscisse 1 , C_f admet une tangente horizontale.

1- A partir du graphique, déterminer :

a- $f(0)$, $f(1)$, $f'(0)$ et $f'(1)$.

b- Le tableau de variation de f sur $[0, +\infty[$.

2- On désigne par g la fonction inverse de f, ($g = \frac{1}{f}$)

a- Déterminer $g(0)$, $g(1)$, $g(3)$, $g'(0)$ et $g'(1)$.

b- Dresser le tableau de variation de g.

<u>Exercice N°2 :</u> (6 pts)

Soit la fonction f définie sur $IR\backslash\{-1\}$ par $\begin{cases} f(x) = \frac{3x^2+2x+1}{x+1} & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = \sqrt{x^2 - x} - 2x + 5 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ et C_f sa courbe dans repère orthonormé du plan.

1- Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- Montrer que la droite D : $y = 3x - 1$ est une asymptote à Cf en $-\infty$.

3- Montrer que la droite D : $y = -x + \frac{9}{2}$ est une asymptote à Cf en $+\infty$.

4- Etudier la continuité de f en 1.
5- Etudier la dérivabilité de f à droite en 1. Interpréter le résultat graphiquement.
6- Etudier la dérivabilité de f à gauche en 1. Interpréter le résultat graphiquement.
7- a- Soit a un réel de $]-\infty\,;\,1]\backslash\{-1\}$; calculer f '(a).
   b- Existe-t-il une tangente à Cf au point d'abscisse a parallèle à la droite $\Delta : y = \frac{5}{2}x+1$.

<u>Exercice N°3 :</u> (6 pts)

Dans le plan orienté dans le sens direct, soit ABC un triangle équilatéral de sens direct. Soit O son centre de gravité, M un point du segment [AB] distinct de A et B, N et P les points des segments [BC] et [AC] respectivement tels que AM = BN = CP.

1- Montrer qu'il existe une seule rotation R qui transforme A en B et M en N.
2- Déterminer une mesure de l'angle de R. Déterminer son centre.
3- Montrer que R(B) = C. En déduire le centre de R.
4- a- Déterminer les images par R des droites (BC) et (CA).
   b- En déduire les images par R des points N et P.
   c- Montrer que le triangle MNP est équilatéral de centre de gravité O.

<u>Exercice N°4 :</u> (2,5 points)

Soit f définie sur $]-\pi\,;\,0]$ par $f(x) = \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$

1- Déterminer le domaine de définition de f.
2- Résoudre dans $]-\pi\,;\,0]$ l'inéquation $f(x) \geq 0$